

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DA – SEMESTER – 1 (NEW) – EXAMINATION – Winter-2022

Subject Code: 4300001**Date: 24-02-2023****Subject Name: Mathematics****Time: 10:30 AM TO 01:00 PM****Total Marks: 70****Instructions:**

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.
5. Use of non-programmable scientific calculator is permitted.
6. English version is authentic.

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.**14**

- (1) If $\begin{vmatrix} x & 8 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$ then the value of x is ____.
- a. 4 b. -4 c. 8 d. Not defined
- (૧) જો $\begin{vmatrix} x & 8 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0$ હોય તો x ની કિંમત _____ થાય .
- a. 4 b. -4 c. 8 d. કિંમત ન મળે.
- (2) $\begin{vmatrix} 2 & -9 & 1 \\ 5 & -8 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- a. 9 b. -9 c. -6 d. 0
- (૨) $\begin{vmatrix} 2 & -9 & 1 \\ 5 & -8 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- a. 9 b. -9 c. -6 d. 0
- (3) If $f(x) = \log x$ then $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- a. 0 b. 1 c. -1 d. e
- (૩) જો $f(x) = \log x$ હોય તો $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- a. 0 b. 1 c. -1 d. e
- (4) $\log x + \log\left(\frac{1}{x}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$
- a. 0 b. 1 c. x d. $-x$
- (૪) $\log x + \log\left(\frac{1}{x}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$
- a. 0 b. 1 c. x d. $-x$
- (5) $120^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ radian.
- a. $\frac{\pi}{3}$ b. $\frac{2\pi}{3}$ c. $\frac{3\pi}{2}$ d. π
- (૫) $120^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ રેડિયન.

- (6) a. $\frac{\pi}{3}$ b. $\frac{2\pi}{3}$ c. $\frac{3\pi}{2}$ d. π
 $\sin\left(\sin^{-1}\frac{\pi}{6}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (7) a. π b. 6π c. $\frac{\pi}{6}$ d. $\frac{6}{\pi}$
 $\sin\left(\sin^{-1}\frac{\pi}{6}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (8) a. π b. 6π c. $\frac{\pi}{6}$ d. $\frac{6}{\pi}$
The principal period of $\tan \theta$ is _____.
- (9) a. 0 b. π c. 2π d. 3π
 $\tan \theta$ નો મુખ્ય આવર્તમાન _____ થાય.
- (10) a. 0 b. π c. 2π d. 3π
 $|2i - j + 2k| = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (11) a. -3 b. 3 c. ± 3 d. 5
 $|2i - j + 2k| = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (12) a. -3 b. 3 c. ± 3 d. 5
 $i \bullet i = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (13) a. -1 b. i c. 0 d. 1
 $i \bullet i = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (14) a. -1 b. i c. 0 d. 1
The slope of line $x - 4 = 0$ is _____.
- (15) a. 4 b. -4 c. -1 d. Not Defined
રેખા $x - 4 = 0$ નો ઢાળ _____ થાય.
- (16) a. 4 b. -4 c. -1 d. અચ્છાખ્યાયિત
The centre of circle $x^2 + y^2 = 4$ is
- (17) a. (0,4) b. (4,0) c. (0,0) d. (4,4)
વર્તુળ $x^2 + y^2 = 4$ નું કેન્દ્ર _____ થાય.
- (18) a. (0,4) b. (4,0) c. (0,0) d. (4,4)
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (19) a. 12 b. -12 c. 32 d. -32
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (20) a. 12 b. -12 c. 32 d. -32
 $\lim_{n \rightarrow 0} (1 + n)^{\frac{1}{n}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (21) a. n b. 0 c. 1 d. e
 $\lim_{n \rightarrow 0} (1 + n)^{\frac{1}{n}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (22) a. n b. 0 c. 1 d. e
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{3x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (23) a. 6 b. 3 c. 2 d. -2

(૧૪) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{3x} = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. 6 b. 3 c. 2 d. -2

Q.2 (A) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો.

06

(1) If $\begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 \\ -1 & x & 0 \\ 5 & 9 & -2 \end{vmatrix} = 0$ then find x .

(૧) જો $\begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 \\ -1 & x & 0 \\ 5 & 9 & -2 \end{vmatrix} = 0$ હોય તો x શોધો.

(2) If $f(x) = \tan x$ then prove that (i) $f(x+y) = \frac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$,
 (ii) $f(2x) = \frac{2f(x)}{1-[f(x)]^2}$.

(૨) જો $f(x) = \tan x$ હોય તો સાબિત કરો કે (i) $f(x+y) = \frac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$,
 (ii) $f(2x) = \frac{2f(x)}{1-[f(x)]^2}$.

(3) Prove that $\frac{\sin 3A}{\sin A} - \frac{\cos 3A}{\cos A} = 2$.

(૩) સાબિત કરો કે $\frac{\sin 3A}{\sin A} - \frac{\cos 3A}{\cos A} = 2$.

(B) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો.

08

(1) If $f(y) = \frac{1-y}{1+y}$ then prove that (i) $f(y) + f\left(\frac{1}{y}\right) = 0$,
 (ii) $f(y) - f\left(\frac{1}{y}\right) = 2f(y)$.

(૧) If $f(y) = \frac{1-y}{1+y}$ then prove that (i) $f(y) + f\left(\frac{1}{y}\right) = 0$,
 (ii) $f(y) - f\left(\frac{1}{y}\right) = 2f(y)$.

(2) Prove that $\frac{1}{\log_6 24} + \frac{1}{\log_{12} 24} + \log_{24} 8 = 2$.

(૨) સાબિત કરો કે $\frac{1}{\log_6 24} + \frac{1}{\log_{12} 24} + \log_{24} 8 = 2$

(3) Solve : $\frac{4 \log 3 \times \log x}{\log 9} = \log 27$.

(૩) ઉકેલો : $\frac{4 \log 3 \times \log x}{\log 9} = \log 27$

Q.3 (A) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો.

06

(1) Evaluate : $\frac{\sin(\theta + \pi)}{\sin(2\pi + \theta)} + \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\cos(\theta + 2\pi)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}$.

(૧) કૌંમત શોધો : $\frac{\sin(\theta + \pi)}{\sin(2\pi + \theta)} + \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}{\cot(\pi - \theta)} + \frac{\cos(\theta + 2\pi)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}$.

(2) Prove that $\tan 56^\circ = \frac{\cos 11^\circ + \sin 11^\circ}{\cos 11^\circ - \sin 11^\circ}$.

(૨) સાબિત કરો કે $\tan 56^\circ = \frac{\cos 11^\circ + \sin 11^\circ}{\cos 11^\circ - \sin 11^\circ}$.

(3) Find the equation of line passing through point (3, 4) and parallel to line $3y - 2x = 1$.

(૩) બિંદુ (3, 4) માંથી પસાર થતી રેખા અને $3y - 2x = 1$ ને સમાંતર હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ મેળવો.

(B) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો.

08

(1) Draw the graph of $y = \cos x$, $0 \leq x \leq \pi$.

(૧) $y = \cos x$, $0 \leq x \leq \pi$ નો આલેખ દોરો .

(2) Prove that $\tan^{-1} \frac{2}{3} + \tan^{-1} \frac{10}{11} + \tan^{-1} \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2}$.

(૨) સાબિત કરો કે $\tan^{-1} \frac{2}{3} + \tan^{-1} \frac{10}{11} + \tan^{-1} \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2}$.

(3) Find the unit vector perpendicular to both $5i + 7j - 2k$ and $j - 2k + 3i$.
સદિશો $5i + 7j - 2k$ અને $j - 2k + 3i$ બંનેનો લંબ એકમ સદિશ મેળવો.

(3)

Q.4 (A) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો.

06

(1) If $a = i + 2j - k$, $b = 3i + j + 2k$ and $c = -2i - j + 5k$ then find $|2a + 3b - c|$.

(૧) જો $a = i + 2j - k$, $b = 3i + j + 2k$ અને $c = -2i - j + 5k$ હોય તો $|2a + 3b - c|$ શોધો.

(2) Prove that the vectors $2i + 3j - k$ and $3i - j + 3k$ are perpendicular to each other.

(૨) સાબિત કરો કે સદિશો $2i + 3j - k$ અને $3i - j + 3k$ પરસ્પર લંબ સદિશો છે.

(3) Find the equation of line passing through the point (1, 4) and having slope is -6 .

(૩) બિંદુ (1, 4) માંથી પસાર થતી અને -6 ઢાળવાળી રેખાનું સમીકરણ શોધો.

(B) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો.

08

(1) Prove that the angle between the vectors $3i + j + 2k$ and $2i - 2j + 4k$ is

$$\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right).$$

- (૧) સાબિત કરો કે સદિશો $3i + j + 2k$ અને $2i - 2j + 4k$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{7}}\right)$ છે .
- (2) A particle moves from the point $(3, -2, 1)$ to the point $(1, 3, -4)$ under the effect of constant forces $i - j + k$, $i + j - 3k$ and $4i + 5j - 6k$. Find the work done.
- (૨) અચળ બળો $i - j + k$, $i + j - 3k$ અને $4i + 5j - 6k$ ની અસર હેઠળ એક કણ બિંદુ $(3, -2, 1)$ થી બિંદુ $(1, 3, -4)$ ખસે છે, તો થયેલ કાર્ય શોધો.
- (3) Evaluate : (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$, (ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^x$.
- (3) ક્રીમત મેળવો: (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$, (ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^x$.

Q.5 (A) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો.

06

- (1) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 3x - 10}$.
- (૧) ક્રીમત મેળવો: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 3x - 10}$
- (2) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x - 1}{x(3x - 1)(2x + 1)}$.
- (૨) ક્રીમત મેળવો: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x - 1}{x(3x - 1)(2x + 1)}$
- (3) Evaluate: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{3 - 2n - 4n^2}$.
- (3) ક્રીમત મેળવો: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{3 - 2n - 4n^2}$.

(B) Attempt any two કોઈપણ બેના જવાબ આપો.

08

- (1) Find the angle between two lines $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ and $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$.
- (૧) રેખાઓ $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ અને $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ વચ્ચેનો ખૂણો શોધો.
- (2) Find the centre and radius of the circle $4x^2 + 4y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$.
- (૨) વર્તુળ $4x^2 + 4y^2 + 8x - 12y - 3 = 0$ નું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.
- (3) Find the tangent and normal to the circle $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ at point $(1, -2)$.
- (3) વર્તુળ $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ પરના બિંદુ $(1, -2)$ એ સ્પર્શક અને અભીલંબના સમીકરણ મેળવો.

*******Best Wishes*******